

数 学

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は 8 ページあります。試験開始後に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。また、問題冊子に計算用紙が挟んであるのでメモや計算に用いて構いません。
3. 解答用紙は、解答用紙 A（マークシート）および解答用紙 B があります。
 - (1) 監督者の指示に従って解答用紙 A の下記の該当欄にそれぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄 受験番号を 5 ケタで記入し、さらにその下のマーク欄に該当する 5 ケタをマークしなさい。

(例) 受験番号 10025 番 →

1	0	0	2	5
---	---	---	---	---

 と記入。
 - ② 氏名欄 氏名・フリガナを記入しなさい。
 - (2) 監督者の指示に従って解答用紙 B の受験番号・氏名欄に受験番号・氏名・フリガナを記入しなさい。
4. 受験番号が正しくマークされていない場合または正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 第 1 問から第 4 問までの解答は特に指示のない限り解答用紙 A にマークしなさい。解答用紙 B は指示に従い記入しなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子、解答用紙、計算用紙を机の上に置き、試験監督者の指示に従いなさい。

裏表紙に、解答上の注意が続きます。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

第 1 問

(1) $\sin^2 0^\circ + \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \cdots + \sin^2 180^\circ$ の値は アイ である。

(2) 関数 $f(x) = 3\cos 2x + \sin^2 x - 2\cos x$ の

最大値は ウ，最小値は $-\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ である。

(3) n は正の整数とし，等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$a_{140} = 1111$ ， $S_{100} - 2S_{101} + S_{102} = 5$ であるとき，

等差数列 $\{a_n\}$ の公差は キ であり， $a_n = 2026$ とすれば $n = \text{クケコ}$ である。

(4) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 1$ で囲まれた部分を，直線 $y = 2$ の周りに

一回転して得られる立体の体積は $\frac{\text{サシ}}{\text{スセ}} \pi$ である。

第2問

xy 平面上に、円 $C: x^2 + (y-3)^2 = 9$ および、点 $A(1, 0)$, $B(5, 0)$ がある。
点 P は円 C 上を動く。三角形 ABP の重心を $G(a, b)$ とし、点 P が円 C 上を動くときの G の軌跡を C' とする。

(1) C' は、中心 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ 、半径 $\boxed{\text{ウ}}$ の円から、

点 $(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$ を除いた図形である。

(2) 点 G が円 C' 上を動くとき、 $\frac{3b}{a+2}$ のとる値の範囲は、

$$\boxed{\text{カ}} < \frac{3b}{a+2} \leq \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \text{ である。}$$

(3) 点 G が円 C' 上を動くとき、 $\frac{(3b)^2 + (a+2)^2}{3b(a+2)}$ は最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。

このとき、 b の値は $\boxed{\text{コ}}$ または $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

第3問

xyz 空間において、3点 $A(7, 0, 0)$, $B\left(0, \frac{7}{2}, 0\right)$, $C\left(0, 0, \frac{7}{3}\right)$ の定める平面 α および、球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ がある。 α と S の共通部分を C とする。 C は円であり、その中心を P , 半径を r とする。

(1) \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} に直交するベクトルで、 x 成分が 1 のものを \vec{n} とすれば、

$\vec{n} = (1, \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

(2) 点 P の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \boxed{\text{オ}}, \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$ である。また、 $r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

である。

(3) 点 Q が C 上を動くとき、点 $D(1, 1, 1)$ と Q の距離の二乗の最小値は

$\boxed{\text{コ}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

第4問

曲線 $C: y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) および、直線 $l: y = \frac{2}{\pi}x$ があり、 C と l で囲まれてできる図形を D とする。

(1) C と l の共有点の x 座標は、 $x = \boxed{\text{ア}}$, $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$ である。

(2) D の面積は、 $\boxed{\text{エ}} - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi$ である。

(3) D を x 軸の周りに一回転して得られる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}\pi \boxed{\text{コ}}$

である。

(4) 不等式 $\int_0^{\pi} e^{\sin x} dx > (e-1)\pi$ を証明せよ。

(4) の解答は、数学解答用紙 B の解答枠内に記入せよ。途中過程や根拠も書き、数式も正しく書くこと。数や式や言葉は、文字が判読できるよう丁寧に記入せよ。

II 解答上の注意

1. 解答用紙

解答用紙A

- (1) 解答は、解答用紙の解答欄に、黒鉛筆（H・F・HBに限る）で正確にマークしなさい。

解答用紙B

- (1) 解答は、解答用紙の解答欄に、黒鉛筆（H・F・HBに限る）で記入しなさい。
 (2) 解答は、枠内に判読できるように書きなさい。
 (3) 枠外に書かれたものは採点対象外となります。

2. 問題の文中の **ア**， **イウ** などの には、とくに指示のないかぎり、整数値が入ります。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答しなさい。

- (1) ア、イ、ウ、… の一つ一つは、それぞれ、符号（-）または数字（0～9）のいずれか一つに対応します。それらをア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。


(例) **アイ** に -8 と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例) $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $\frac{-4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3. 解答を修正する場合は必ず「消しゴム」であとが残らないように完全に消しなさい。鉛筆の色や消しきずが残ったり、 のような消し方などをした場合は、修正したことになりません。

4. 解答をそれぞれの問題に指定された数よりも多くマークした場合は無解答とみなされます。